

検査Ⅲ 数 学

解答上の注意 解答は、全て解答用紙に記入すること。
ただし、1と5（1）は答えのみでよい。

1 次の問いに答えなさい。

- (1) 2次関数 $y = ax^2 - 2ax + b$ の $0 \leq x \leq 3$ における最大値が9、最小値が1となるとき、定数 a , b の値を求めなさい。ただし、 $a < 0$ とする。
- (2) ARUKUMA の7個の文字すべてを1列に並べるとき、2個のAが隣り合わない確率を求めなさい。
- (3) $AB=4$, $BC=6$, $CA=5$ である $\triangle ABC$ の内心を I とする。このとき、 $\overline{AI}$ を $\overline{AB}$ と $\overline{AC}$ を用いて表しなさい。
- (4) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき、 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a+b-1}$ の値を求めなさい。
- (5) 確率密度関数が $f(x) = x + \frac{1}{2}$ ($0 \leq x \leq 1$) である確率変数 X について、期待値 $E(X)$ を求めなさい。
- (6) a , b は実数とする。3次方程式 $x^3 - 4x^2 + ax + b = 0$ が $1+2i$ を解にもつとき、定数 a , b の値を求めなさい。
- (7) 定積分 $\int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx$ を求めなさい。

2 $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、 $y = \sin 2\theta + \sin \theta + \cos \theta$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) $t = \sin \theta + \cos \theta$ として、 y を t の関数で表しなさい。
- (2) t のとりうる値の範囲を求めなさい。
- (3) y の最大値と最小値を求めなさい。ただし、最大値および最小値をとるとき θ の値は求めなくてよい。

検 査 Ⅲ 数 学

3 2次関数 $y = x^2 - (k+2)x + k^2$ のグラフが x 軸と異なる2点で交わる時、次の問いに答えなさい。ただし、 k は定数とする。

- (1) k の値の範囲を求めなさい。
- (2) k を自然数とすると、このグラフが x 軸から切り取る線分の長さを求めなさい。
- (3) このグラフが x 軸から切り取る線分の長さが自然数となると、 k の値を求めなさい。

4 6人をいくつかの部屋に分けると、次の分け方は何通りあるか求めなさい。ただし、最低でも1人は部屋に入るものとする。

- (1) A, B 2つの部屋に分ける。
- (2) A, B, C 3つの部屋に分ける。
- (3) A, B, C, D 4つの部屋に分ける。

5 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{2a_n^3 + 1}{3a_n^2}$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) a_2 を求めなさい。
- (2) すべての自然数 n について $a_n > 1$ が成り立つことを、数学的帰納法を用いて示しなさい。
- (3) すべての自然数 n について $a_n > a_{n+1}$ が成り立つことを示しなさい。

6 無限等比級数 $x + x(1-x^2) + x(1-x^2)^2 + \cdots + x(1-x^2)^{n-1} + \cdots$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) この級数が収束するような x の値の範囲を求めなさい。
- (2) (1) の範囲でこの級数の和を $f(x)$ とおく。 $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。

7 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ ($x > 0$) について、次の問いに答えなさい。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の概形をかきなさい。ただし、凹凸は調べなくてよい。また、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{e^t} = 0 \text{ を用いてよい。}$$

- (2) 不等式 $f(e) > f(\pi)$ を証明しなさい。
- (3) e^π と π^e の大小を比較しなさい。