記号	数	番号	

検査Ⅱ　数学解答例

1　【(1)～(6)各５点，(7)各２点　計 36 点】

(1)	$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4}$， $\frac{\pi}{2} < \theta \leqq \frac{5}{4}\pi$， $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$		
(2)	$k > 1$		
(3)	$\frac{8}{7}$　（個）		
(4)	$a < -1$， $1 < a$		
(5)	$a = 20$， $b = -44$		
(6)	$\frac{1}{4}\pi a^2$		
(7)	①	$(-1, 3)$	
	②	$\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$	
	③	$x = -\frac{3}{2}$	

2　【(1) (2)各５点，(3) ６点　計 16 点】

(1)	６文字の順列に等しいから $6! = 720$ （番目）
(2)	A 以外の残り５文字の順列に等しいから $5! = 120$ （個）
(3)	A で始まる文字列は，(2) より 120 個 I で始まる文字列， O で始まる文字列も同様に 120 個ある。 ここまでで 360 個の文字列がある。 よって，365 番目の文字列はＳで始まる文字列の５番目である。 SAIOUY， SAIOYU， SAIUOY， SAIUYO， SAIYOU と続くので 365 番目の文字列は SAIYOU

記号	数	番号	

検査Ⅱ　数学解答例

3　【(1) (2) 各 5 点，(3) 6 点　計 16 点】

(1)	余弦定理より $\cos\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{3^2+5^2-7^2}{2\cdot3\cdot5}=-\dfrac{1}{2}$ よって　$\angle\mathrm{ABC}=120°$
(2)	△ABC の面積について $\dfrac{1}{2}(3+5+7)r=\dfrac{1}{2}\cdot3\cdot5\cdot\sin120°$ よって　$r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
(3)	I から BC に垂線 IH を下すと，直角三角形 BIH において，∠IBH=60° であるから， $\mathrm{BI}:\mathrm{IH}=2:\sqrt{3}$ ここで，$\mathrm{IH}=r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ であるから，$\mathrm{BI}=1$

4　【各 5 点　計 10 点】

(1)	x の 3 次方程式 $x^3=1$ を解く。 $x^3-1=0$ の左辺を因数分解して $(x-1)(x^2+x+1)=0\cdots$① ω は虚数であるから 2 次方程式 $x^2+x+1=0$ の解である。 よって　$\omega^2+\omega+1=0$
(2)	ω は 3 次方程式 $x^3=1$ の解であるから $\omega^3=1$ これと (1) より $1+\omega+\omega^2+\cdots+\omega^{2027}=(1+\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega+\omega^2)+(\omega^3)^2(1+\omega+\omega^2)+\cdots$ $+(\omega^3)^{675}(1+\omega+\omega^2)$ $=0$

記号	数	番号	

検査Ⅱ　**数学解答例**

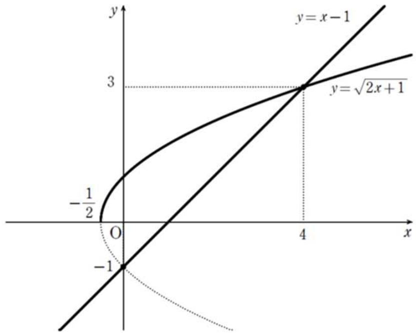
5　【(1) 4 点，(2) 5 点，(3) 6 点　計 15 点】

(1)	３本の直線で三角形が１つできるので $a_3=1$ である。 これに４本目の直線を引くことにより、すでにある３本の直線のうち任意の２本と交わることで三角形が１つ作られるから $a_4=a_3+{}_3\mathrm{C}_2=1+3=4$ さらに、これに５本目の直線を引くことにより、すでにある４本の直線のうち任意の２本と交わることで三角形が１つ作られるから $a_5=a_4+{}_4\mathrm{C}_2=4+6=10$
(2)	平面上の n 本 $(n\geqq 3)$ の直線にさらに $n+1$ 本目を加えたとき， すでにある n 本の直線のうち任意の２本と交わることで三角形が１つ作られるから $n\geqq 3$ のとき，$a_{n+1}=a_n+{}_n\mathrm{C}_2$ すなわち　$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{2}n(n-1)$
(3)	(2)より　$a_{n+1}=a_n+\frac{1}{2}n(n-1)$ $n\geqq 4$ のとき $a_n=a_3+\frac{1}{2}\sum_{k=3}^{n-1}k(k-1)$ $=a_3+\frac{1}{2}\sum_{k=3}^{n-1}(k^2-k)$ $=1+\frac{1}{2}\left\{\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-k)-\sum_{k=1}^{2}(k^2-k)\right\}$ $=1+\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{6}(n-1)n(2n-1)-\frac{1}{2}(n-1)n\right\}-1$ $=\frac{1}{12}(n-1)n(2n-1-3)$ $=\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$ この式は $n=3$ のときも満たす。 よって $n\geqq 3$ のすべての n について $a_n=\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)$

記号	数	番号	

検査Ⅱ　**数学解答例**

6　【(1) 6点，(2) 3点　計9点】

(1)	無理関数 $y=\sqrt{2x+1}$ と１次関数 $y=x-1$ のグラフを描くと右図の実線部分のようになる。 方程式①の解は２つのグラフの交点として表れる。 グラフから $x=4$ では交点を持つが，$x=0$ では交点を持たない。 ゆえに，$x=0$ は方程式 $\sqrt{2x+1}=x-1$ の解ではない。 
(2)	イ

記号	数	番号	

検査Ⅱ　**数学解答例**

7　【各 6 点　計 18 点】

(1)	点 E は辺 OA を 2：1 に内分する点であるから　$\overrightarrow{OE}=\frac{2}{3}\vec{a}$ 点 F は辺 OB を 3：2 に内分する点であるから　$\overrightarrow{OF}=\frac{3}{5}\vec{b}$ 実数 s，t を用いて $AP:PF=s:(1-s)$とおくと　$\overrightarrow{OP}=(1-s)\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OF}=(1-s)\vec{a}+\frac{3}{5}s\vec{b}$ …① $BP:PE=t:(1-t)$とおくと　$\overrightarrow{OP}=(1-t)\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OE}=\frac{2}{3}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$ …② $\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ であり，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから， ①，②より　$1-s=\frac{2}{3}t$　かつ　$\frac{3}{5}s=1-t$ これを解くと　$s=\frac{5}{9}$，$t=\frac{2}{3}$ よって　$\overrightarrow{OP}=\frac{4}{9}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$
(2)	点 Q は直線 OP 上の点であるから，k を実数として 　$\overrightarrow{OQ}=k\overrightarrow{OP}=\frac{4}{9}k\vec{a}+\frac{1}{3}k\vec{b}$ …③ とおける。 また，実数 u を用いて $AQ:QB=u:(1-u)$とおくと　$\overrightarrow{OQ}=(1-u)\vec{a}+u\vec{b}$　…④ $\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ であり，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから， ③，④より　$1-u=\frac{4}{9}k$　かつ　$u=\frac{1}{3}k$ これを解くと　$k=\frac{9}{7}$，$u=\frac{3}{7}$ よって　$\overrightarrow{OQ}=\frac{4}{7}\vec{a}+\frac{3}{7}\vec{b}$

記号	数	番号	

検査Ⅱ　**数学解答例**

(3)	(1) より $BP:PE=\frac{2}{3}:\frac{1}{3}=2:1$ であるから△POA=$\frac{1}{3}$△OAB (2) より $\overrightarrow{OQ}=\frac{9}{7}\overrightarrow{OP}$ だから $OP:PQ=7:2$ ゆえに△PAB=$\frac{2}{9}$△OAB (1) より $AP:PF=\frac{5}{9}:\frac{4}{9}=5:4$ であるから△PBO=$\frac{4}{9}$△OAB 以上より △POA : △PAB : △PBO=$\frac{1}{3}$△OAB : $\frac{2}{9}$△OAB : $\frac{4}{9}$△OAB $=3:2:4$