

2020年度

数 学

- ・ 解答はすべて解答欄に記入すること
- ・ 円周率は π を用いること

この試験問題は持ち帰ることができます。

なお、本問題で利用した著作物は、著作権法第36条により、試験の目的上必要と認められる限度において複製したものです。

同目的以外の利用はできません。

(長野県教育委員会)

受験 番号						氏 名	
----------	--	--	--	--	--	--------	--

(数 1)

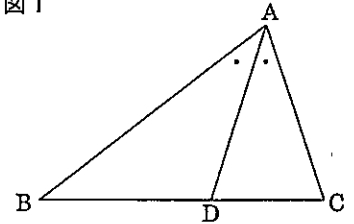
【問1】 次の各問いに答えなさい。

(1) 次の式を因数分解しなさい。

$$2x^2 + 8xy + 6y^2 - x + y - 1$$

(2) 図1の $\triangle ABC$ において、辺 $AB=6$ 、辺 $AC=4$ 、 $\angle BAC=60^\circ$ 、 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、線分 AD の長さを求めなさい。

図1



(3) 不等式 $-2(x-3) \geq 5(x-a)$ を満たす x の値の最大の整数が3であるとき、定数 a の値の範囲を求めなさい。

(4) 次の3進法で表された数を、10進法で表しなさい。

$$21020_{(3)}$$

(5) $A=2x^3+ax+10$ 、 $B=x^2-3x+b$ を x についての整式とみて、 A を B で割ると、余りが $3x-2$ であるとき、定数 a 、 b の値をそれぞれ求めなさい。ただし、 $B \neq 0$ とする。

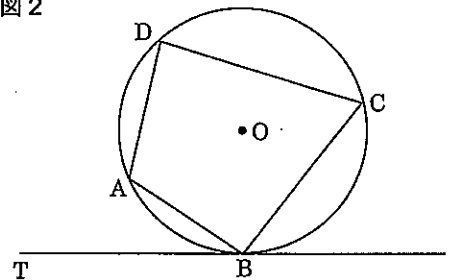
(6) 0でない3つの実数 a 、 b 、 c について $a+b+c=39$ 、 $abc=1000$ とする。

a 、 b 、 c がこの順で等比数列であるとき、 a 、 b 、 c の値の組をすべて求めなさい。

(7) 図2で、円 O の円周上に点 A 、 B 、 C 、 D があり、直線 TB は円 O の接線、点 B はその接点である。

$\widehat{AB}=\widehat{AD}$ 、 $\angle TBA=37^\circ$ であるとき、 $\angle BAD$ の大きさを求めなさい。

図2



(8) $\vec{0}$ でない2つのベクトル $\vec{a}=(1, p)$ 、 $\vec{b}=(p+3, 4)$ が平行になるような p の値をすべて求めなさい。

(9) 不等式 $(\frac{1}{4})^x - 9 \cdot (\frac{1}{2})^{x-1} + 32 < 0$ を解きなさい。

(10) 2つの集合 $A=\{x|5 < x < 8, x \text{は実数}\}$ 、 $B=\{x|3 \leq x \leq a, x \text{は実数}\}$ について、 $A \cap B$ が整数を1つだけ含むような a の値の範囲を求めなさい。

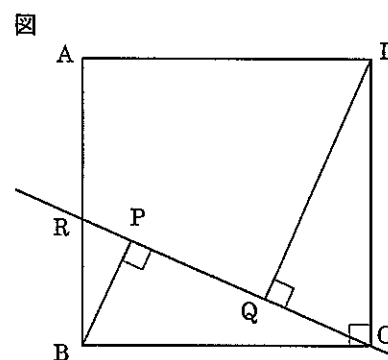
〔問2〕 放物線 $y = x^2 - x$ について次の各問いに答えなさい。

- (1) 点 $(0, -16)$ から放物線に引いた2本の接線の方程式をそれぞれ求めなさい。
- (2) 放物線と(1)で求めた2本の接線で囲まれた部分の面積を求めなさい。

〔問3〕 図のような正方形 $ABCD$ で、頂点 B を出発し、辺 BA 、 AD 上を通り、頂点 D まで進む点 R がある。

頂点 C と点 R を直線で結び、頂点 B 、 D から直線 CR にそれぞれ垂線を引いたときの直線 CR との交点を、それぞれ点 P 、 Q とする。ただし、点 R が頂点 B にあるときは、点 P は頂点 B に、点 Q は頂点 C にそれぞれあることにし、点 R が頂点 D にあるときは、点 P は頂点 C に、点 Q は頂点 D にそれぞれあることにする。

このとき、次の各問いに答えなさい。



- (1) 点 R が頂点 B 、 D 以外にあるとき、 $\triangle BCP \equiv \triangle CDQ$ であることを証明しなさい。
- (2) 正方形 $ABCD$ の一辺の長さを $\sqrt{7}$ とする。
 - ① $\triangle BCP$ の面積が最大になるとき、その面積を求めなさい。
 - ② 点 R が頂点 D まで進んだとき、点 P の軌跡と辺 BC で囲まれた図形を S とし、点 Q の軌跡と辺 CD で囲まれた図形を T とする。このとき、図形 S と図形 T が重なる部分の面積を求めなさい。

〔問4〕 「中学校学習指導要領」(平成29年3月)に即して、次の各問いに答えなさい。

(1) 下に示したものは、「中学校学習指導要領」(平成29年3月) 第2章 第3節 数学 第2 各学年の目標及び内容 [第2学年] 1 目標 である。(ア)～(エ)に当てはまる語句を書きなさい。

- (1) 文字を用いた式と連立二元一次方程式, 平面図形と数学的な推論, 一次関数, データの分布と確率などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに, 事象を(ア)したり, 数学的に解釈したり, 数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 文字を用いて数量の関係や法則などを考察する力, 数学的な推論の過程に着目し, 図形の性質や関係を(イ)的に考察し表現する力, 関数関係に着目し, その特徴を表, 式, グラフを相互に関連付けて考察する力, 複数の集団のデータの分布に着目し, その傾向を比較して読み取り(ウ)的に考察して判断したり, 不確定な事象の起こりやすさについて考察したりする力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え, 数学を(エ)や学習に生かそうとする態度, 問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度, 多様な考えを認め, よりよく問題解決しようとする態度を養う。

(2) 中学校2学年のMさんは, くじ引きの公平さに関する〔問題〕を追究している。

〔問題〕 3本のうち, 当たりが1本入っているくじがあります。このくじを, AさんとBさんの2人がこの順に1本ずつ引きます。くじを引く順序によって当たりやすさに違いはあるでしょうか。

ただし, 引いたくじは, もとにもどさないことにします。また, どのくじを引くことも同様に確からしいものとします。

この〔問題〕を読んでMさんは, 「はずれくじのほうが多いから, 後に引いたBさんの方が当たりやすいんじゃないか。」と直観的に予想し, Aさんが引いた場合とBさんが引いた場合で当たりを引く確率をそれぞれ求めた。すると, 当たりを引く確率はAさんもBさんも(オ)で等しいことが分かった。この結果から, 「この〔問題〕のくじ引きは, 引く順序によって当たりやすさに違いがないので, くじ引きは公平である。」と考えた。

さらに, Mさんは「くじの総数や当たりくじの本数, 人数を変えても引く順序によって当たりやすさに違いがないか。」と考え, 「新たな問題」を作り調べてみようとした。

〔新たな問題〕

カ

ただし, 引いたくじは, もとにもどさないことにします。また, どのくじを引くことも同様に確からしいものとします。

このとき, 次の①, ②, ③について答えなさい。

- ① (オ)に当てはまる値を求めなさい。
- ② Mさんの考えを踏まえ, カ内に問題を作り〔新たな問題〕を完成しなさい。
- ③ 〔新たな問題〕を解いて, くじ引きが公平である理由を, 確率を用いて説明しなさい。